NIVELAMENTO LEGO2 - AULA 1

INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA LINEAR

$\begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ Dimensão: eixo que pode variar de forma independente de outros eixos.

remete a uma interpretação geométrica (fácil em 2 e 3)

em passo frente x e vertical y (e vice-versa)

$x + y \geq 2$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

A ideia de dimensão não pode depender da ideia de desenhar. Afinal, isso seria inconcebível $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix}$

ORIGEM É SEMPRE O ZERO, de maneira que representamos somente o ponto de chegada

SOMA VETORIAL

- Desloque a cauda

$\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \vec{w} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

$\vec{v} + \vec{w} = \begin{bmatrix} 1+3 \\ 2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

EXERCÍCIO:

$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \vec{z} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \end{pmatrix}$.

$\vec{v} + \vec{z} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

$\vec{v} - \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$.

$\vec{w} - \vec{z} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix}$.

grafico $\vec{v}$

grafico $\vec{w}$

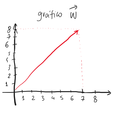
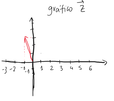


grafico $\vec{z}$



MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR

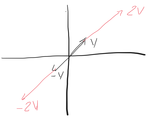
Numericamente, multiplica-se cada componente por K

$\frac{1}{3}\vec{v}$

Escalar $K > 1$: alonga vetor em $|K|$ vezes

$0 < K < 1$: comprime

$K < 0$: inverte a direção e redimensiona



$a \cdot \vec{v}$

escalar: valor numérico "simples", sem dimensões → (unidimensional, não?)

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_K \end{pmatrix} \Rightarrow a \cdot \vec{v} = a \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_K \end{pmatrix}$$

COMBINAÇÃO LINEAR

$$a\vec{v} + b \cdot \vec{w} = \vec{z} \Rightarrow a \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_K \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a v_1 + b w_1 \\ a v_2 + b w_2 \\ \vdots \\ a v_K + b w_K \end{bmatrix} = \vec{z}$$

mesmo # de dimensões

Assuma $\vec{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ e $\vec{w} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$3\vec{v} + 2\vec{w} = 3\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 13 \end{bmatrix}$$

EXERCÍCIO

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$2\vec{a} + \vec{b} = 2\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$-2\vec{a} + 3\vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 21 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -8 \\ 7 \end{pmatrix}$$

NOTA: o conjunto de todas as combinações lineares de $c\vec{v} + d\vec{w}$, para quaisquer valores de c e d será o próprio plano cartesiano.

Agora considere:

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$a\vec{v} + b\vec{w} + c\vec{z}$ resulta em todo o espaço tridimensional.

* isso se $\vec{v}$, $\vec{w}$ e $\vec{z}$ forem independentes

se $\vec{z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, já não preenchemos o espaço.

Nesse caso $\vec{w}$ e $\vec{z}$ seriam colineares.